

# ESTIMASI PARAMETER PADA KENDALI ADAPTIF DENGAN METODA LEAST SQUARE

Iskandar Aziz

Dosen Fakultas Teknik Universitas Almuslim

## ABSTRAK

Estimasi parameter dalam kontrol adaptif sangat penting mengingat prinsip bahwa hasil estimasi parameter yang diperoleh dianggap benar. Bidang identifikasi menjadi disiplin ilmu yang penting. Identifikasi secara mendasar adalah mengembangkan representasi matematika suatu sistem fisika menggunakan data eksperimen. Sistem identifikasi berdasarkan least square fit dapat digunakan untuk menentukan parameter yang cocok untuk suatu sistem. Metoda least square ini akan diterapkan dalam mengestimasi parameter suatu plant berupa motor DC dalam penerapannya sebagai aktuator pada pengontrolan posisi. Penentuan parameter ini akan dilakukan dalam kategori estimasi least square kontinu sebagai tinjauan yang berbeda dari kategori estimasi parameter secara diskrit. Hasil dari metoda kontinu dapat pula diterapkan mengingat kecepatan sistem hardware software yang sudah cukup tinggi dewasa ini.

**Kata kunci : Identifikasi, Estimasi, Least square**

### I. PENDAHULUAN

Aktuator dalam sistem kontrol biasanya digunakan motor DC yang sangat tepat untuk melakukan gerak rotasi, dengan suatu modifikasi mekanik berak translasi dapat pula dikerjakan dengan menerapkan motor DC. Dalam pelaksanaannya dapat diterapkan aneka ragam sistem kontrol. Tinjauan yang sangat menarik bila sistem pengontrol yang digunakan bersifat adaptif. Dengan sistem kontrol adaptif perubahan parameter plant yang dapat mengubah perilaku sistem dapat diantisipasi melalui penerapan estimasi parameter yang akan mengubah parameter pengontrol dalam rangka menyesuaikan dengan perubahan parameter plant.

### II. METODE LEAST SQUARE

Metode Estimasi parameter yang termasuk dalam metoda least square terdapat beberapa jenis antara lain : least square murni, least square dengan forgetting faktor, dan least square dengan covariant resetting. Dalam kategori diskrit dikenal istilah non recursive least square dan recursive least square.

#### 2.1 Metoda Least Square dengan forgetting factor

Dalam bentuk linier parameter yang tidak diketahui  $\theta^*$  dituliskan sebagai

$$z = \theta^{*T} \phi \quad (1)$$

Penggunaan metode least square tidak lain adalah untuk mengestimasi nilai  $\theta^*$ , dengan  $z$  suatu variabel keadaan dan  $\phi$  berisi informasi sinyal input dan output.

$$J(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \left[ \frac{z(\tau) - \theta^T \phi(\tau)}{m^2(\tau)} \right]^2 d\tau +$$

$$\frac{1}{2} e^{-\beta t} (\theta - \theta_0)^T Q_0 (\theta - \theta_0)$$

$$\beta \geq 0 \quad (2)$$

$$Q_0 = Q_0^T > 0$$

Parameter estimasi dinyatakan dengan  $\theta$  dan algoritma least square dapat

diperoleh dengan menerapkan cost function dengan

$$\theta_o = \theta_o(0)$$

Metoda least square didasarkan pada kondisi

$$\nabla J(\theta(t)) = 0 \quad (3)$$

Untuk setiap  $t > 0$  atau  $= 0$ .

Kondisi di atas menghasilkan

$$\theta(t) = P(t) \left[ e^{-\beta t} Q_0 \theta_o + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{z(\tau) \phi(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau \right] \quad (4)$$

dengan

$$P(t) = \left[ e^{-\beta t} Q_0 + \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \frac{z(\tau) \phi(\tau)}{m^2(\tau)} d\tau \right]^{-1} \quad (5)$$

Persamaan (3) dan (4) dikenal sebagai metoda estimasi least square non rekursif.  $\beta$  dikenal sebagai *forgetting factor*

Persamaan di atas dapat ditulis dalam bentuk differensial mengingat

$$\frac{d}{dt} P P^{-1} = \dot{P} P^{-1} + P \frac{d}{dt} P^{-1} = 0$$

Maka

$$\begin{aligned} \dot{P} &= \beta P - P \frac{\phi \phi^T}{m^2} P \\ P(0) &= P_0 = Q_0^{-1} \end{aligned} \quad (6)$$

nilai parameter  $\theta$  dapat diperoleh dengan persamaan

$$\dot{\theta} = P \varepsilon \phi \quad (7)$$

$\varepsilon$  adalah error dari model dan estimasi.

dengan bentuk yang kompak diatas simulasi dapat dilakukan dengan mudah. Simulasi dapat dilakukan dengan Simulink Matlab dengan cara menggambar diagram blok untuk masing-masing elemen matriks P.

Persamaan (6) dikenal dengan metode estimasi least square rekursif di sana nilai P dapat diperoleh dengan cara perhitungan rekursif.

## 2.2 Metode Least Square Murni

Pada persamaan (6) nilai  $\beta$  dapat diambil sama dengan 0 sehingga diperoleh

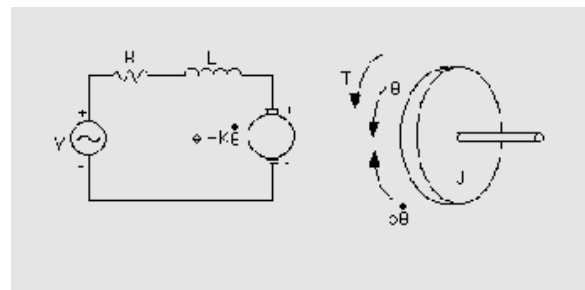
$$\dot{P} = -P \frac{\phi \phi^T}{m^2} P \quad (8)$$

$$\begin{aligned} P(0) &= P_0 \\ \dot{\theta} &= P \varepsilon \phi \end{aligned}$$

Metode least square murni menjamin parameter konvergen pada nilai konstan. Analisis lebih jauh menunjukkan metode least square murni dapat mempunyai sifat yang mirip dengan metoda gradien, yakni bahwa metode least square murni dapat dipandang sebagai metode gradien dengan gain matrik P berubah terhadap waktu.

## III. MOTOR DC

Model matematika dari motor DC dapat diturunkan dengan menerapkan hukum Newton dan kelistrikan,



Gambar 1. Model motor DC

Daya listrik masukan sebuah motor dc dapat dihitung dengan persamaan

$$p_e = vi = K_2 w \tau / K_1 \quad (9)$$

Daya mekanik  $w\tau$  yang dihasilkan dan daya listrik yang diperlukan mempunyai perbandingan

$$p_e = \frac{K_2}{K_1} p_m \quad (10)$$

Persamaan differensial untuk model motor diatas dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\frac{d\omega}{dt} + \frac{K_1 K_2}{RJ} \omega = \frac{K_1}{RJ} e \quad (11)$$

dan

$$\frac{d}{dt} \theta = \omega \quad (12)$$

$\theta$  adalah sudut putar poros. Dari kedua persamaan di atas dapat dibentuk persamaan ruang keadaan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_1 K_2}{JR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_1}{JR} \end{bmatrix} e \quad (13)$$

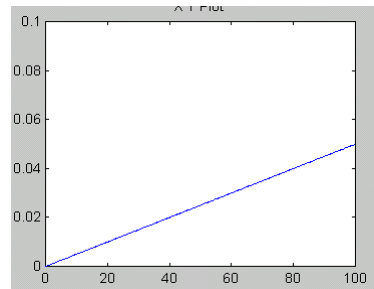
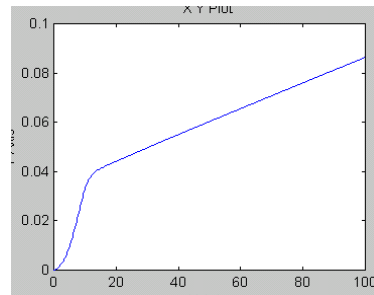
Jika dipilih  $K_1=K_2=2$ ,  $R=0.1$  dan  $J=10$  diperoleh fungsi transfer :

$$\frac{2}{s^2 + 4s} \quad (14)$$

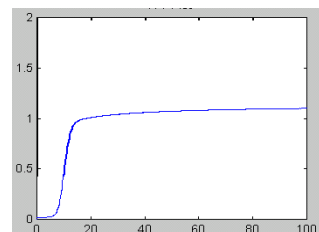
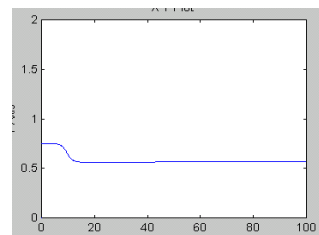
#### IV. SIMULASI

Simulasi dilakukan dengan menerapkan persamaan (6) dan (7) dengan Simulink. Parameter yang diestimasi hanya 2 parameter yakni  $b_0$  dan  $a_1$  hal ini dilakukan untuk menyederhanakan masalah yakni yang menyangkut tentang dimensi matriks P. Jika seluruh parameter di

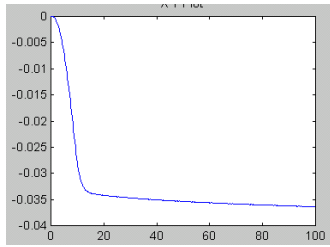
estimasi untuk sistem orde 2 nilai P yang dicari 10 buah. Pada simulasi ini dianggap orde model jumlah parameter yang nol telah diketahui. Bila asumsi ini diterapkan maka pada simulasi hanya menentukan nilai dua parameter yang telah disebut di atas



Gambar 2. Respon plant(bawah) dan plant estimasi(atas)



Gambar 3. Nilai Parameter



Gambar 4. Nilai error

Gambar kurva hasil simulasi diatas diperoleh dengan parameter sebagai berikut

Plant :  $a_1 = 4$  ,  $b_0 = 2$

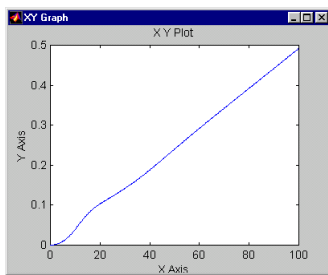
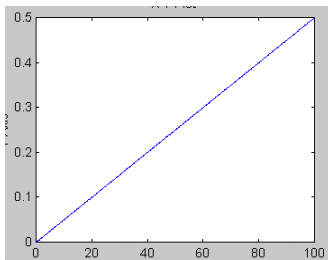
Estimator :  $\beta = 0.7$

Input : sinus,  $f = 1$  Hz,  $A = 0.001$

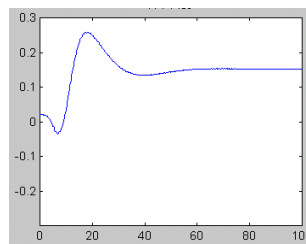
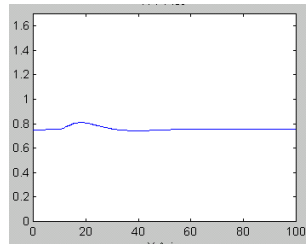
Berikut ini grafik simulasi jika parameter plant  $b_0$  diubah menjadi 20

Estimator :  $\beta = 0.7$

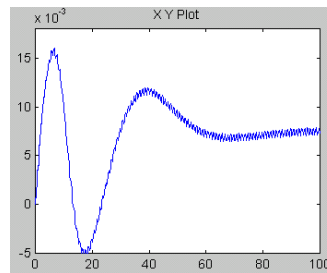
Input : sinus,  $f = 1$  Hz,  $A = 0.001$



Gambar 5. Respon plant (atas) dan plant estimasi (bawah)



Gambar 6. Nilai parameter hasil estimasi



Gambar 7. Nilai erro hasil estimasi

## V. KESIMPULAN

Dari hasil simulasi diatas dapat disimpulkan bahwa pada nilai  $b_0 = 20$  estimasi parameter dapat menghasilkan sinyal respon mendekati sinyal respon plant. Namun hasil estimasi parameter yang diperoleh jauh dari harga parameter plant sebenarnya. Untuk memperbaiki estimasi ini diperlukan pemilihan nilai  $\beta$ , dan pembatasan nilai P yang tepat.

## DAFTAR PUSTAKA

Petros A. Ioanou, Jing Sun, (1996). *Robust Adaptive Control*, hlm 192-200, PrenticeHall

Bernard Friedland(1987). *Control System Design, An Introduction to State Space*, hlm 19-20, McGrawHill